

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ»  
Факультет физико-математических и естественных наук**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ  
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

**для поступающих в аспирантуру по направлению**

**09.06.01 Информатика и вычислительная техника**

**Профили:** «Теоретические основы информатики», «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

**Директор направления:**  
д.т.н., проф. К.Е. Самуйлов



**Москва  
2018**

Программа вступительных испытаний для поступающих в аспирантуру Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» по направлению 09.06.01 Информатика и вычислительная техника, профили: «Теоретические основы информатики»; «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта<sup>1</sup> к обязательному минимуму, необходимому для полноценной подготовки кадров высшей квалификации по данному направлению.

Программа вступительных испытаний для поступающих в аспирантуру по направлению 09.06.01 Информатика и вычислительная техника утверждена на заседании Ученого совета факультета физико-математических и естественных наук.

Протокол заседания № 0201-08/08 от «29» марта 2016 г.

Новая редакция. Протокол заседания Ученого совета факультета физико-математических наук № 0201-08/04 от 30 октября 2018 г.

Председатель  
Ученого совета факультета  
физико-математических и естественных наук

 /Л.Г. Воскресенский/

1 Приказ Министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 г. № 875 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника (уровень подготовки кадров высшей квалификации)»

## **Введение**

В основе настоящей программы лежит материал курсов: информатика, математическая теория телетрафика, математическое моделирование, численные методы. Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства образования Российской Федерации по управлению, вычислительной технике и информатике при участии МГУ им. М.В. Ломоносова.

## **Раздел 1. Информатика**

1. Графы. Матрица достижимостей. Способы построения матрицы достижимости.
2. Графы. Основные определения, пути, маршруты, цепи, циклы.
3. Связность графа. Компоненты связности. Матрица связности.
4. Графы. Транзитивное замыкание.
5. Типы графов. Раскраски графов.
6. Типы графов. Классификация, основные понятия
7. Сильно связанные графы и компоненты графа.

## **Раздел 2. Теория марковских процессов**

1. Определение и основные свойства цепи Маркова с дискретным множеством состояний.
2. Цепь Маркова. Классификация состояний.
3. Цепь Маркова. Канонический вид матрицы переходных вероятностей, фундаментальная матрица
4. Эргодичность и равновесное распределение цепи Маркова с дискретным множеством состояний.
5. Марковские процессы с дискретным множеством состояний. Система дифференциальных уравнений Колмогорова.
6. Марковские процессы с дискретным множеством состояний. Скачкообразный Марковский процесс.
7. Марковские процессы. Классификация состояний.
8. Процесс размножения и гибели. Условие эргодичности Карлина-МакГрегора.
9. Стационарные Марковские процессы. Эргодичность Марковского процесса
10. Элементы корреляционной теории случайных векторов.

## **Раздел 3. Математическая теория телетрафика**

1. Дисциплины обслуживания. Показатели производительности. Структура и Классификация СМО.
2. Модель Энгсета  $\left( \begin{array}{c|c} M & M \\ \hline N, \varepsilon & \mu \end{array} \middle| c \vee 0 \right)$ . Распределение числа занятых линий.
3. Мультисервисная модель Эрланга с явными потерями.
4. Первая модель Эрланга  $\left( \begin{array}{c|c} M & M \\ \hline \lambda & \mu \end{array} \middle| c \vee 0 \right)$  с ожиданием и блокировками.
5. Системы массового обслуживания (СМО). Входящий поток: пуассоновский, марковский, рекуррентный, эрланговский.
6. Системы массового обслуживания (СМО). Длительность обслуживания: экспоненциальная, гиперэкспоненциальная, эрланговская, гиперэрланговская, фазового типа.
7. Потоки в сетях.

## **Раздел 4. Теория игр. Нейронные сети.**

1. Задачи теории игр. Выбор стратегии в теории игр.
2. Задачи теории игр. Критерий Гурвица
3. Теория игр. Критерий Сэвиджа.
4. Теория игр. Критерий фон Неймана.
5. Методы обработки изображений.
6. Методы обработки изображений. Фильтрация.
7. Методы представления знаний. Продукционные правила.
8. Методы представления знаний. Семантические сети.
9. Способы применения нейронных сетей.
10. Типы нейронных сетей.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Башарин Г.П. *Лекции по математической теории телетрафика* // М.: Изд-во РУДН, 2010.
- [2]. Бочаров П.П., Печинкин А.В. *Теория массового обслуживания* // М.: Изд-во РУДН, 1995.
- [3]. Лагутин В.С., Степанов С.Н. *Телетрафик мультисервисных сетей связи* // М.: Радио и связь, 2000.
- [4]. *Методы компьютерной обработки изображений*/Под ред. В.А.Сойфера. - М.ФИЗМАТЛИТ, 2003. –784 с.
- [5]. Кристофидес Н. *Теория графов. Алгоритмический подход* // М.: Мир, 1978.
- [6]. Diestel R. *Graph Theory* // New York: Springer-Verlag, 1997-2000.
- [7]. *Теория игр: учебник* / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. В. Шевкопляс. — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб.: БХВ-Петербург, 2012 — 432 с.
- [8]. Рассел, С. *Искусственный интеллект: современный подход* /С. Рассел, П. Норвиг. – 2-е изд. ; пер. с англ. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2006. – 1408 с.
- [9]. Поспелов, Г.С. *Искусственный интеллект – основа новой информационной технологии* / Г.С. Поспелов. – М.: Наука, 1988
- [10]. Осипов Г.С. *Методы искусственного интеллекта.* – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2011 . – 292 с.;
- [11]. Загоруйко Н.Г. *Прикладные методы анализа данных и знаний.* – Новосибирск: Издательство Ин-та математики, 1999. – 270 с.
- [12]. Галушкин, А.И. *Нейронные сети. Основы теории* / А.И. Галушкин. – М. : Горячая Линия-Телеком, 2012. – 496 с.

### **ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

Экзамен проводится в письменной форме. На выполнение экзаменационной работы отводится 120 минут. Экзаменационный билет состоит из 4 теоретических вопросов, оцениваемых из 25 баллов каждый. Таким образом за верное выполнение всех заданий работы можно максимально получить 100 баллов.

## ***Профиль «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»***

### **Введение**

В основе настоящей программы лежит материал курсов: линейная алгебра и функциональный анализ, теория оптимизации и вариационное исчисление, теория вероятностей и математическая статистика, математическая физика и моделирование. Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства образования Российской Федерации по управлению, вычислительной технике и информатике при участии МГУ им. М.В. Ломоносова.

### **Раздел 1. Экстремальные задачи.**

Метод градиентного спуска для численного решения задачи на экстремум для функций двух переменных. Задача на условный экстремум. Множители Лагранжа. Основная задача линейного программирования. Математическая формулировка. Двумерная задача и ее решение графическим путем. Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Задача на экстремум функционала. Необходимые условия экстремума (уравнения Эйлера). Задача о брахистохроне.

### **Раздел 2. Теория вероятностей и математическая статистика**

Непрерывные случайные величины. Распределение вероятностей. Плотность вероятности. Нормальное распределение. Вычисление математического ожидания и дисперсии. Непрерывные случайные величины. Распределение вероятностей. Плотность вероятности. Распределение Пуассона. Вычисление математического ожидания и дисперсии. Статистические оценки параметров нормального распределения. Состоятельность, несмещённость, эффективность. Оценки для математического ожидания и дисперсии.

### **Раздел 3. Математическая физика и моделирование.**

Уравнение колебаний струны. Начально-краевая задача, описывающая возбуждение струны. Метод Фурье. Формула Даламбера.

Основные принципы математического моделирования. Иерархия моделей. Принцип универсальности математических моделей. Модель Хищник-Жертва, ее описание и применение при моделировании различных явлений.

### **Раздел 4. Линейная алгебра и функциональный анализ**

Гильбертово пространство над полем вещественных или комплексных чисел. Норма. Скалярное произведение. Пространство столбцов длины  $n$ . Норма столбца. Скалярное произведение. Угол между столбцами.

Линейно независимые элементы линейного пространства. Размерность линейного пространства. Базис конечномерного линейного пространства. Базис пространства столбцов длины  $n$ . Ортонормированный базис. Разложение столбца по ортонормированному базису. Примеры бесконечномерных линейных пространств. Пространство непрерывных на отрезке функций  $C[a,b]$ , норма этого пространства.

Пространство интегрируемых с квадратом функций  $L^2[a,b]$ , скалярное произведение в этом пространстве.

Линейный функционал на гильбертовом пространстве. Норма функционала. Теорема Рисса о представлении линейного функционала (допустимо представить док-во только для конечномерного случая). Линейное отображение одного линейного пространства в другое. Линейный оператор. Линейное отображение пространства столбцов длины  $n$  в пространство столбцов длины  $m$ . Матрица этого линейного отображения. Квадратные симметричные матрицы над полем вещественных чисел. Задача на собственные значения. Собственные векторы (столбцы). Характеристическое уравнение. Свойства собственных значений (вещественность). Свойства собственных векторов (ортогональность).

Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Задача об экстремальных значениях квадратичной формы на единичной сфере. Ее связь с задачей на собственные значения (экстремальные свойства собственных значений). Линейный оператор, отображающий гильбертово пространство в себя (автоморфизм). Норма линейного оператора. Матрица этого оператора в конечномерном случае. Спектральная норма матрицы. Ее связь с задачей на собственные значения.

### **ЛИТЕРАТУРА**

- [1]. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ // М.: Наука, 1984.
- [2]. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач // М.: Наука, 1981.
- [3]. Боровков А.А. Теория вероятностей // М.: Наука, 1984.
- [4]. Боровков А.А. Математическая статистика // М.: Наука, 1984.
- [5]. Калиткин Н.Н. Численные методы // М.: Наука, 1978.
- [6]. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование // М.: Физматлит, 1997.
- [7]. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. // М.: Наука, 2004
- [8]. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. // М.: Наука, 1969.
- [9]. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. // М.: Наука, 1986.
- [10]. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. // М.: Наука, 1967
- [11]. Треногин В.А. Функциональный анализ // М.: Наука, 1980.

### **ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

Экзамен проводится в письменной форме. На выполнение экзаменационной работы отводится 120 минут. Экзаменационный билет состоит из 2 теоретических вопросов и 1 практической задачи. Теоретические вопросы оцениваются из 30 баллов каждый. Решение практической задачи оценивается из 40 баллов. Таким образом за верное выполнение всех заданий работы можно максимально получить 100 баллов.

Перечень практических задач, выносимых на экзамен, представлен в приложении 1.

*Приложение 1*

*в программе вступительных испытаний  
по специальности для поступающих в  
аспирантуру по направлению 09.06.01  
Информатика и вычислительная техника,  
профиль «Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ»*

**Перечень практических задач, выносимых на экзамен по  
специальности для поступающих в аспирантуру по  
направлению 09.06.01 Информатика и вычислительная техника,  
Профиль «Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ»**

1. Найдите наибольшее значение, которое принимает заданная квадратичная форма на единичной окружности.

Пример. Найдите наибольшее значение, которое принимает квадратичная форма

$$x^2 + xy - y^2$$

на единичной окружности  $x^2 + y^2 = 1$ .

2. Определите положение и тип стационарной точки квадратичной функции двух переменных (min/max/седло).

Пример. Определите положение и тип стационарной точки квадратичной функции

$$x^2 + xy - y^2 + 2x - 3y + 2$$

на плоскости  $xy$ .

3. Составьте уравнение Эйлера для заданного функционала. Выпишите его общее решение.

Пример. Составьте уравнение Эйлера для функционала

$$V[y] = \int_{x=a}^b (y'^2 + x^2) dx.$$

Выпишите его общее решение.

4. По заданной выборке оцените математическое ожидание и дисперсию распределения случайной величины.

Пример. Было проведено 6 испытаний нормально распределенной случайной величины  $\xi$ , которые дали следующие результаты:

№	1	2	3	4	5	6
$\xi$	1.2	1.3	1.5	1.6	1.3	1.4

Оцените математическое ожидание и дисперсию распределения этой величины.

5. Вычислите норму, скалярное произведение и угол между элементами гильбертова пространства.

Пример. Вычислите угол между функциями 1 и  $\sin x$  как элементами гильбертова пространства  $L^2(0, \pi)$ .

6. Вычислите спектральную норму матрицы размера 2 на 2.

Пример. Вычислите спектральную норму матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

7. Укажите ближайшие целые числа, между которыми заключено значение заданного определенного интеграла.

Пример. Укажите ближайшие целые числа, между которыми заключено значение заданного определенного интеграла

$$\int_0^1 e^{x^2} dx.$$

8. Решите задачу Коши для ОДУ с разделяющимися переменными

Пример. Найдите решение задачи Коши

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}, \quad y(0) = 1.$$