

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ»
Факультет физико-математических и естественных наук**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

для поступающих в аспирантуру по направлению

02.06.01 Компьютерные и информационные науки

Профиль: «Вычислительная математика»

**Директор направления:
д.т.н., проф. К.Е. Самуйлов**



**Москва
2018**

Программа вступительных испытаний для поступающих в аспирантуру Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» по направлению 02.06.01 Компьютерные и информационные науки, профиль «Вычислительная математика» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта¹ к обязательному минимуму, необходимому для полноценной подготовки кадров высшей квалификации по данному направлению.

Программа вступительных испытаний для поступающих в аспирантуру по направлению 02.06.01 Компьютер и информационные науки утверждена на заседании Ученого совета факультета физико-математических и естественных наук.

Протокол заседания № 0201-08/08 от «29» марта 2016 г.

Новая редакция. Протокол заседания Ученого совета факультета физико-математических наук № 0201-08/04 от 30 октября 2018 г.

Председатель
Ученого совета факультета
физико-математических и естественных наук

 /Л.Г. Воскресенский/

1 Приказ Министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 г. № 864 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 02.06.01 Компьютерные и информационные науки (уровень подготовки кадров высшей квалификации)».

Профиль «Вычислительная математика»

Введение

В основе настоящей программы лежит материал курсов: линейная алгебра и функциональный анализ, теория оптимизации и вариационное исчисление, математическая статистика, математическая физика и моделирование, численные методы. Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства образования Российской Федерации по управлению, вычислительной технике и информатике при участии МГУ им. М.В. Ломоносова.

Раздел 1. Экстремальные задачи.

Метод градиентного спуска для численного решения задачи на экстремум для функций двух переменных. Задача на условный экстремум. Множители Лагранжа. Основная задача линейного программирования. Математическая формулировка. Двумерная задача и ее решение графическим путем. Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Задача на экстремум функционала. Необходимые условия экстремума (уравнения Эйлера). Задача о брахистохроне.

Раздел 2. Математическая статистика

Статистические оценки параметров нормального распределения. Состоятельность, несмещённость, эффективность. Оценки для математического ожидания и дисперсии.

Раздел 3. Численные методы, математическая физика и математическое моделирование.

Приближенное вычисление определенного интеграла. Метод прямоугольников. Оценка точности вычисления интеграла. Приближенное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты.

Уравнение колебаний струны. Начально-краевая задача, описывающая возбуждение струны. Метод Фурье. Формула Даламбера.

Основные принципы математического моделирования. Иерархия моделей. Принцип универсальности математических моделей. Модель Хищник-Жертва, ее описание и применение при моделировании различных явлений.

Раздел 4. Линейная алгебра и функциональный анализ

Гильбертово пространство над полем вещественных или комплексных чисел. Норма. Скалярное произведение. Пространство столбцов длины n . Норма столбца. Скалярное произведение. Угол между столбцами.

Линейно независимые элементы линейного пространства. Размерность линейного пространства. Базис конечномерного линейного пространства. Базис пространства столбцов длины n . Ортонормированный базис. Разложение столбца по ортонормированному базису. Примеры бесконечномерных линейных пространств.

Пространство непрерывных на отрезке функций $C[a,b]$, норма этого пространства. Пространство интегрируемых с квадратом функций $L^2[a,b]$, скалярное произведение в этом пространстве.

Линейный функционал на гильбертовом пространстве. Норма функционала. Теорема Рисса о представлении линейного функционала (допустимо представить док-во только для конечномерного случая). Линейное отображение одного линейного пространства в другое. Линейный оператор. Линейное отображение пространства столбцов длины n в пространство столбцов длины m . Матрица этого линейного отображения. Квадратные симметричные матрицы над полем вещественных чисел. Задача на собственные значения. Собственные векторы (столбцы). Характеристическое уравнение. Свойства собственных значений (вещественность). Свойства собственных векторов (ортогональность).

Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Задача об экстремальных значениях квадратичной формы на единичной сфере. Ее связь с задачей на собственные значения (экстремальные свойства собственных значений). Линейный оператор, отображающий гильбертово пространство в себя (автоморфизм). Норма линейного оператора. Матрица этого оператора в конечномерном случае. Спектральная норма матрицы. Ее связь с задачей на собственные значения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ // М.: Наука, 1984.
- [2]. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач // М.: Наука, 1981.
- [3]. Боровков А.А. Теория вероятностей // М.: Наука, 1984.
- [4]. Боровков А.А. Математическая статистика // М.: Наука, 1984.
- [5]. Калиткин Н.Н. Численные методы // М.: Наука, 1978.
- [6]. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование // М.: Физматлит, 1997.
- [7]. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. // М.: Наука, 2004
- [8]. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. // М.: Наука, 1969.
- [9]. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. // М.: Наука, 1986.
- [10]. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. // М.: Наука, 1967
- [11]. Треногин В.А. Функциональный анализ // М.: Наука, 1980.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Экзамен проводится в письменной форме. На выполнение экзаменационной работы отводится 120 минут. Экзаменационный билет состоит из 2 теоретических вопросов и 1 практической задачи. Теоретические вопросы оцениваются из 30 баллов каждый. Решение практической задачи оценивается из 40 баллов. Таким образом за верное выполнение всех заданий работы можно максимально получить 100 баллов.

Перечень практических задач, выносимых на экзамен, представлен в приложении 1.

**Перечень практических задач,
выносимых на экзамен по специальности для поступающих в
аспирантуру по направлению 02.06.01 Компьютерные и
информационные науки, профиль «Вычислительная
математика»**

1. Найдите наибольшее значение, которое принимает заданная квадратичная форма на единичной окружности.

Пример. Найдите наибольшее значение, которое принимает квадратичная форма

$$x^2 + xy - y^2$$

на единичной окружности $x^2 + y^2 = 1$.

2. Определите положение и тип стационарной точки квадратичной функции двух переменных (min/max/седло).

Пример. Определите положение и тип стационарной точки квадратичной функции

$$x^2 + xy - y^2 + 2x - 3y + 2$$

на плоскости xy .

3. Составьте уравнение Эйлера для заданного функционала. Выпишите его общее решение.

Пример. Составьте уравнение Эйлера для функционала

$$V[y] = \int_{x=a}^b (y'^2 + x^2) dx.$$

Выпишите его общее решение.

4. По заданной выборке оцените математическое ожидание и дисперсию распределения случайной величины.

Пример. Было проведено 6 испытаний нормально распределенной случайной величины ξ , которые дали следующие результаты:

№	1	2	3	4	5	6
ξ	1.2	1.3	1.5	1.6	1.3	1.4

Оцените математическое ожидание и дисперсию распределения этой величины.

5. Вычислите норму, скалярное произведение и угол между элементами гильбертова пространства.

Пример. Вычислите угол между функциями 1 и $\sin x$ как элементами гильбертова пространства $L^2(0, \pi)$.

6. Вычислите спектральную норму матрицы размера 2 на 2.

Пример. Вычислите спектральную норму матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

7. Укажите ближайшие целые числа, между которыми заключено значение заданного определенного интеграла.

Пример. Укажите ближайшие целые числа, между которыми заключено значение заданного определенного интеграла

$$\int_0^1 e^{x^2} dx.$$

8. Решите задачу Коши для ОДУ с разделяющимися переменными

Пример. Найдите решение задачи Коши

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}, \quad y(0) = 1.$$