

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ»

Факультет физико-математических и естественных наук

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ

для поступающих в аспирантуру по направлению

01.06.01 – Математика и механика

Профили:

- Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
- Вещественный, комплексный и функциональный анализ
- Теоретическая механика

Директор направления:
д.ф.-м.н., проф. А.Л. Скубачевский

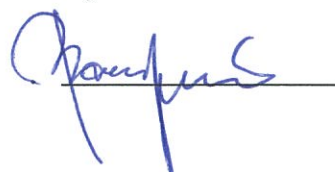


Москва
2016

Программа вступительных испытаний для поступающих в аспирантуру Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» по направлению 01.06.01 – Математика и механика составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта¹ к обязательному минимуму, необходимому для полноценной подготовки кадров высшей квалификации по данному направлению.

Программа вступительных испытаний для поступающих в аспирантуру по направлению 01.06.01 – Математика и механика утверждена на заседании Ученого совета факультета физико-математических и естественных наук. Протокол заседания № 0201-08/08 от «29» марта 2016 г.

Председатель
Ученого совета факультета
физико-математических и естественных наук

 /Л.Г. Воскресенский/

¹ Приказ Министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 г. N 866 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации)"

Экзамен состоит из двух частей: *общая часть* и *специальная*.

От экзаменуемых требуется знание и свободное владение материалом, предусмотренным *общей* частью настоящей программы.

Специальная часть предусматривает знание основных и специальных курсов по избранной узкой специальности.

I. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Непрерывность функций одной и многих переменных, свойства непрерывных функций. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.

2. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции.

3. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.

4. Понятие метрического пространства, полные метрические пространства, компактность. Теорема Больцано–Вейерштрасса. Принцип сходимости Коши.

5. Функции с ограниченным изменением. Мера в смысле Лебега. Теорема Д.Ф. Егорова, C -свойства. Абсолютно непрерывные функции.

6. Суммируемые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства. Гильбертово пространство. Пространства L_2 и l_2 . Сходимость в среднем.

7. Интегральные уравнения Фредгольма. Теорема Фредгольма.

8. Ортогональные системы функций. Неравенство Бесселя, условие полноты. Ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье.

9. Линейные пространства, их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли.

10. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах, их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерций.

11. Линейные отображения и преобразование линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями.

12. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогональные и самосопряженные преобразования, приведение квадратичной формы к главным осям.

13. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.

14. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения и системы с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные.

15. Линейные уравнения в частных производных второго порядка. Их классификация. Задача Дирихле для уравнения Лапласа. Задача Коши для уравнения струны. Первая краевая задача и задача Коши для уравнения теплопроводности.

16. Функция комплексного переменного. Условия Коши–Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

17. Элементарные функции комплексного переменного. Простейшие многозначные функции. Дробнолинейные преобразования.

18. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Аналитическое продолжение.

19. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

20. Неявные функции одной переменной. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.

21. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера–Лагранжа. Геодезические линии.

22. Кратные, поверхностные и криволинейные интегралы. Векторные поля в трехмерном пространстве. Дивергенция. Вихрь. Теоремы Грина–Остроградского и Стокса. несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра; равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.

II. СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема о продолжении решений. Случай линейных уравнений.

2. Теоремы о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным данным и по параметру.

3. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля. Метод вариации произвольных постоянных.

4. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Особые точки линейных систем на плоскости.

5. Обобщенные функции. Действия над ними. Фундаментальные решения операторов с постоянными коэффициентами.

6. Задача Коши для волнового уравнения. Энергетическое неравенство. Единственность решения задачи Коши.

7. Формулы Кирхгофа и Пуассона для волнового уравнения. Качественное исследование задачи Коши для волнового уравнения.

8. Смешанная задача для волнового уравнения. Теорема о

единственности. Решение ее методом Фурье. (Обоснование метода Фурье.)

9. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Функция Грина для задачи Дирихле и ее свойства. Функция Грина для шара. Решение задачи Дирихле для шара.

10. Свойства гармонических функций: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимой особенности.

11. Обобщенные производные по Соболеву. Пространства Соболева W_2^1 и их основные свойства. Неравенство Фридрикса.

12. Обобщение решения основных краевых задач для уравнения Пуассона в ограниченных областях. Теоремы существования и единственности. Условие разрешимости задачи Неймана.

13. Внешние краевые задачи, сведение их к внутренним. Теоремы существования и единственности.

14. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности, принцип максимума для слоя, единственность решения задачи Коши, интеграл Пуассона. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности; принцип максимума, теорема единственности.

Вступительный экзамен оценивается экзаменационной комиссией по 100-балльной (100-процентной) шкале в соответствии с критериями выставления оценки.

ECTS	Баллы %	Критерии выставления оценки
A	95-100	Оценка «отлично» - ставится при полных, исчерпывающих, аргументированных ответах на все основные и дополнительные экзаменационные вопросы. Ответы должны отличаться логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание источников, понятийного аппарата и умения ими пользоваться при ответе.
B	86-94	Оценка ставится при достаточно полных и аргументированных ответах на все основные и дополнительные экзаменационные вопросы. Ответы должны отличаться логичностью, четкостью, знанием понятийного аппарата и литературы по теме вопроса при незначительных упущениях при ответах.
C	69-85	В целом неплохое знание рассматриваемого вопроса, но с заметными ошибками.
D	61-68	Оценка «удовлетворительно» - ставится при неполных и слабо аргументированных ответах, демонстрирующих

		общее представление и элементарное понимание существа поставленных вопросов, понятийного аппарата и обязательной литературы.
Е	51-60	Самое общее представление о рассматриваемом вопросе, отвечающее лишь минимальным требованиям. Серьезные ошибки.
Ф	0-50	Оценка «неудовлетворительно» - ставится при незнании и непонимании абитуриентом существа экзаменационных вопросов.

Список литературы для подготовки к вступительному экзамену в аспирантуру

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.
3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру.
5. Веселоб Д.П., Троицкий Е.В. Лекции по аналитической геометрии.
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
7. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ.
8. Холмогоров Д.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
9. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление.